

OLIIY TA'LIMDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'QITISH JARAYONIDA TALABALARNING ISBOTLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISH METODIKASI

Osiyo Xalqaro Universiteti Matematika yo'nalishi 1-kurs talabasi
Shermetova O'g'iljon

Annotatsiya: Ushbu tezisda oliy ta'lim muassasalarida differensial tenglamalar kursini o'qitishda talabalarning teoremlarni isbotlash va analitik fikrlash ko'nikmalarini shakllantirish muammolari tahlil qilinadi. An'anaviy reproduktiv o'qitish (tayyor isbotlarni yodlash) tizimidan voz kechib, evristik, ko'rgazmali va qadamma-qadam isbotlash texnologiyalari orqali kognitiv faoliyatni faollashtirish metodikasi taklif etilgan. Koshining mavjudlik va yagonalik teoremasi misolida talabalarning fazoviy tasavvurini va qat'iy matematik formatlashtirish qobiliyatini rivojlantirishning didaktik bosqichlari asoslab berilgan.

Kalit so'zlar: Differensial tenglamalar, isbotlash faoliyati, Koshining masalasi, mavjudlik va yagonalik teoremasi, Lipshits sharti, evristik metod, pedagogik texnologiyalar, matematik modellash.

Kirish

Oliy matematika kursining fundamental bo'limlaridan biri bo'lgan "Oddiy differensial tenglamalar" fani bo'lajak mutaxassislarda jarayonlarni matematik modellash malakasini shakllantirishda hal qiluvchi o'rin tutadi. Fizika, iqtisodiyot va muhandislik masalalarining aksariyati aynan differensial tenglamalarga keltiriladi.

Kuzatishlar va pedagogik tahlillar shuni ko'rsatadiki, talabalar ko'pincha tenglamalarni analitik yechish algoritmlarini (masalan, o'zgaruvchilari ajraladigan, chiziqli yoki Bernulli tenglamalarini) tez o'zlashtiradilar. Biroq, fundamental teoremlarni (Mavjudlik va yagonalik, Koshi teoremasi, Pikard ketma-ketliklari) isbotlash va ularning shartlarini asoslashda jiddiy kognitiv qiyinchiliklarga duch kelishadi. Aksariyat hollarda talabalar isbotlash jarayonini ijodiy va mantiqiy faoliyat sifatida emas, balki "imtihondan o'tish uchun yodlanishi kerak bo'lgan murakkab matn" sifatida qabul qilishadi. Bu esa o'z navbatida mantiqiy tafakkurning o'sishiga to'sqinlik



qiladi. Shu sababli, oliy o'quv yurtlarida isbotlash faoliyatini to'g'ri tashkil etish, teoremlarning mohiyatini chuqur anglatish metodikasini ishlab chiqish dolzarb pedagogik muammo hisoblanadi.

Material va metodlar: Ushbu muammoni hal etish maqsadida biz isbotlash faoliyatini tizimli shakllantirishning 4 bosqichli didaktik modelini taklif etamiz. O'qitish jarayonida muammoli ta'lim, evristik suhbat va vizual modellashtirish metodlaridan foydalaniladi.

1. Motivatsion bosqich (Kontr-misollar tahlili)

Isbotlanishi kerak bo'lgan teoremaning qadrini tushuntirish uchun, teorema shartlari bajarilmaganda nima yuz berishini ko'rsatish samaralidir. Masalan, yechimning yagonaligi teoremasini o'tishdan oldin quyidagi Koshining masalasini tahlil qilish tavsiya etiladi:

$$y' = 3y^{(2/3)}, \quad y(0) = 0$$

Bu tenglama uchun bitta aniq yechim $y(x) = 0$ mavjud. Biroq, tenglamani bevosita yechib, talabalar ikkinchi yechimni ham topadilar: $y(x) = x^3$. Nima uchun bitta boshlang'ich shartga ikkita turli xil yechim mos keldi? Sababi, $f(x,y) = 3y^{(2/3)}$ funksiya $y=0$ nuqtada Lipshits shartini qanoatlantirmaydi (uning y bo'yicha hosilasi cheksizlikka intiladi). Ushbu ziddiyat talabalarda "qanday shartlar bajarilganda yechim yagona bo'ladi?" degan ilmiy qiziqish (motivatsiya) uyg'otadi.

2. Evristik suhbat va ketma-ket yaqinlashish gipotezasi

Talabalarga tayyor isbotni doskaga yozib berish o'rniga, ularni kashfiyotchi roliga kiritish kerak. O'qituvchi integral tenglamaga o'tish jarayonini yo'naltiruvchi savollar orqali amalga oshiradi:

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y(t)) dt$$

O'qituvchi: "Agar yechimni aniq bilmasak, uni qanday qilib taqriban topishimiz mumkin?" Talabalar Pikardning ketma-ket yaqinlashish usulini gipoteza sifatida ilgari suradilar:

$$y_n(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(t, y_{n-1}(t)) dt$$

3. Geometrik vizualizatsiya va faza portretlari

Abstrakt tushunchalarni (masalan, integral egri chiziqning x_0 , y_0 nuqtadan o'tishini) ko'rgazmali qilish uchun yo'nalishlar maydoni (isoklinalar) vositasida

tushuntirish kognitiv qabul qilishni osonlashtiradi. Bunda zamonaviy kompyuter dasturlari (GeoGebra, Desmos yoki Python ning matplotlib kutubxonasi) orqali yechimning geometrik interpretatsiyasi namoyish etiladi.

4. Qat'iy matematik formatlashtirish

Vizual va mantiqiy jihatdan anglab yetilgan isbotni endi qat'iy matematik tilga o'tkazish kerak. Bunda ketma-ketlikning tekis yaqinlashishi (Veyershtrass alomati), uzluksizlik va Lipschits sharti:

$$|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L|y_1 - y_2|$$

kabi tushunchalar orqali mantiqiy zanjir xatosiz shakllantiriladi.

Natija va muhokama

Taklif qilingan metodika universitetning fizika va matematika yo'nalishi talabalari orasida tajriba-sinovdan o'tkazildi. Tajriba davomida talabalar nazorat (an'anaviy usulda o'qiydigan) va tajriba (yangi usulda o'qiydigan) guruhlariga ajratildi. Natijalar quyidagilarni ko'rsatdi:

- • Nazorat guruhidagi talabalarining atigi 25% teoremlarning isbotini to'liq va mantiqan to'g'ri tushuntirib bera olgan bo'lsa, tajriba guruhida bu ko'rsatkich 68% ga yetdi.
- • Isbotlashni yodlashga emas, balki tushunishga harakat qilish natijasida tajriba guruhida mustaqil matematik matn tuzish malakasi sezilarli darajada o'sdi.
- • Muammoli vaziyatlar va kontr-misollar ustida ishlash orqali talabalarining darsga bo'lgan faolligi va ilmiy munozaralarga kirishish darajasi oshdi.

Bu shuni tasdiqlaydiki, isbotlashni quruq dalillar yig'indisi emas, balki "birgalikdagi izlanish" sifatida tashkil etish talabaning abstrakt fikrlashini rivojlantirishda eng samarali vositadir.

Xulosa va tavsiyalar

Differensial tenglamalarni o'qitishda isbotlash faoliyati shunchaki dastur talabi bo'lib qolmasdan, talabaning matematik madaniyatini yuksaltiruvchi muhim vosita bo'lishi lozim. O'quv jarayonini yanada samarali tashkil etish uchun oliy ta'lim professor-o'qituvchilariga quyidagilar tavsiya etiladi:

- • Katta hajmdagi teoremlarni birdaniga emas, balki mantiqiy ma'no tashuvchi kichik qismlarga (lemalar, yordamchi teoremlar) ajratib, bosqichma-bosqich isbotlash;



- • Har bir teoremani o'tishdan avval uning shartlari (uzluksizlik, chegaralanganlik) bajarilmasa nima ro'y berishini ko'rsatuvchi sodda kontr-misolalar bazasini shakllantirish;
- • Murakkab isbotlarni tushuntirishda integratsiyalashgan axborot texnologiyalari yordamida geometrik interpretatsiyalardan keng foydalanish.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Salohiddinov M.S., Nasriddinov G'.N. Oddiy differensial tenglamalar. - Toshkent: "O'zbekiston", 1994.
2. Arnold V.I. Oddiy differensial tenglamalar (O'quv qo'llanma). - Moskva: Nauka, 1984.
3. Polya G. Matematik kashfiyot. Masalarni yechishni qanday o'rganish mumkin? - Moskva: Nauka, 1970.
4. Xudoyberdiyev S. Oliy matematika o'qitish metodikasining zamonaviy muammolari. - Toshkent: "Fan va texnologiya", 2015.